



# Economie des risques : les limites de la mathématisation

Nicolas Bouleau

## ► To cite this version:

Nicolas Bouleau. Economie des risques : les limites de la mathématisation. La science au présent 2010, Encyclopaedia universalis, pp.169-174, 2011. halshs-00781632

**HAL Id: halshs-00781632**

**<https://shs.hal.science/halshs-00781632>**

Submitted on 30 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Economie des risques : les limites de la mathématisation

Nicolas Bouleau

La crise financière 2007-2008 a suscité une profusion de réactions et d'explications : on a évoqué le mimétisme des organismes, la cupidité de leurs dirigeants, la propension des traders à aimer le jeu. On a souvent conclut que le libéralisme débridé s'était égaré. On a même appliqué le théorème de Gödel au capitalisme en disant que, comme l'arithmétique, il ne pouvait être à la fois cohérent et complet (Z. Bauman, *Le Monde* 28/2/09).

De fait, cette crise est due à la conjonction de plusieurs facteurs. Parmi la littérature technique je citerai le rapport de Boissieu, ouvrage collectif publié en août 2008 à la Documentation Française, dont plusieurs analyses sont tout à fait convaincantes.

Je souhaite ici mettre l'accent sur *certaines aspects* de cette crise pour tenter de dégager des enseignements plus profonds et plus généraux liés au rôle des mathématiques dans la représentation des risques.

## **I. La crise des subprimes survient alors que la finance est très mathématisée.**

La crise des subprimes arrive dans un contexte fort différent de celui de la crise de 1929. Les métiers de la finance ne sont plus les mêmes. Il s'est produit en 1973 l'intrusion de mathématiques très avancées dans les savoirs opérationnels des salles des marchés des banques, mathématiques enseignées jusqu'alors au niveau du master 2 ou au delà.

### *I.1. La révolution "Black-Scholes" et la couverture des options.*

Il est survenu dans les années 70 aux Etats-Unis et dans les années 80 en Europe une véritable *rupture épistémologique* au sens de Thomas Kuhn. On s'est rendu compte qu'il était possible de fixer un prix pour des actifs conditionnels à terme que sont les options et de les "couvrir" en gérant un portefeuille pendant leur durée de sorte que le risque se trouvait annulé ou presque. Cela faisait appel à des mathématiques relativement avancées : mouvement brownien, semi-martingales, équations différentielles stochastiques et aux dérivées partielles firent leur apparition en finance. L'idée-force (principe de non-arbitrage) est que le juste prix empêche et le vendeur et l'acheteur de faire un profit sans risque. Les mathématiques permettent de tirer de ce seul principe une foule de conséquences.

Les effets de cette "révolution" se firent sentir à différents niveaux.

- D'abord par l'instauration de marchés dérivés dans toutes les places financières importantes en rendant aux entreprises des services de protection contre les aléas de fluctuation des cours notamment des devises.

- Ensuite par une transformation des profils professionnels des praticiens de la finance qui, au lieu d'une formation économique à dominante de sciences humaines, ont été recrutés à la sortie des grandes écoles d'ingénieurs ou des filières mathématiques universitaires.

- Enfin, ces perfectionnements des marchés financiers et des estimations des contrats à terme eurent également pour conséquence de renforcer le pouvoir de la finance — si l'on peut s'exprimer de façon si générale — en ce sens que les marchés indiquaient mieux les anticipations vraisemblables et influençaient les agents y compris les gouvernements, ce qui fit apparaître le passage à la monnaie unique comme une étape efficace de la construction européenne.

Après ce changement de paradigme, alors qu'on pensait les outils principaux mis en place, curieusement, ces vingt dernières années la mathématisation s'est poursuivie.

## I.2. *Les modèles de taux.*

Etant donné que les taux à court terme et les taux à long terme ne sont pas les mêmes et qu'ils varient les uns et les autres au cours du temps, l'étude du rendement des obligations conduit à considérer une fonction à deux arguments (date de départ et échéance) donc une surface pour représenter les taux, surface aléatoire évidemment. Le principe de non-arbitrage s'applique ici aussi et permet de proposer des modèles pour le prix et la gestion de ce qu'on appelle des "produits dérivés de taux". Ces modèles, relatifs en principe à un problème de dimension infinie, tentent d'allier généralité et réalisme opératoire.

Dans ce domaine, les mathématiques, encore plus savantes que pour les options, n'ont pas à mon avis tout à fait le même degré de pertinence.

Bien sûr la théorie et les déductions faites du principe de non-arbitrage sont inattaquables, mais ces modèles concernent la rationalité des agents dans un avenir lointain (alors que la durée des options est en général de 6, 9 ou 12 mois). Le modèle reste une vision parmi d'autres possibles. De plus il est "calibré" d'après les données d'aujourd'hui. D'ici 15 ans il peut se passer bien des choses...

## I.3. *La titrisation des créances et les mesures de risque.*

L'évaluation mathématiques des risques pour les banques s'est considérablement développée.

Une notion très simple, initiée par la banque JP Morgan au début des années 1990 qui s'est répandue en devenant la méthode la plus utilisée jusqu'à récemment, était fondée sur le principe du seuil. C'est la "*value at risk*" qui représente la perte maximale qu'on a la probabilité  $p$  ( $= 0,95$  ou  $0,99$ ) de ne pas dépasser à une échéance donnée. Elle qualifie donc les bornes d'un domaine en dehors duquel on ignore ce qui se passe mais à l'intérieur duquel on reste avec la probabilité  $p$ . On s'est rendu compte que le critère *Value at Risk* présentait un défaut. En pratique pour dialoguer entre établissements en vue d'échanges d'actifs risqués, il n'estime pas convenablement le risque sur la réunion de deux portefeuilles.

Pour palier ce défaut, on a pu montrer que tout critère de risque vérifiant les règles de bon sens qu'on attend lorsqu'on réunit deux portefeuilles ou lorsqu'on multiplie un portefeuille par un coefficient, est nécessairement d'une certaine forme mathématique. De tels critères sont appelés *mesures cohérentes de risques*.

L'intérêt de ce résultat est de souligner l'importance des scénarios. Les mesures cohérentes de risques suggèrent de se placer sous diverses hypothèses probabilistes et de prendre *in fine* l'estimation la plus défavorable.

Ces techniques de quantification des risques ont favorisé *la mise des risques en marché* que recouvre le vocable de *titrisation*. Si des compagnies d'assurance, ou des banques, ont à gérer des risques dans leur région qui sont corrélés, et si ces risques sont indépendants d'une compagnie à une autre, ou moins corrélés, elles ont intérêt à échanger des risques. Pour instaurer un marché des risques il faut que vendeurs et acheteurs soient capables de les quantifier, d'où l'intérêt de la mathématisation que nous venons d'évoquer. L'idée d'organiser un marché où le bien échangé est le risque est une idée "géniale" qui fut étudiée déjà par Maurice Allais et Kenneth Arrow dans les années 1950. Compte tenu du fait qu'ainsi les uns et les autres n'ont pas les mêmes mesures de risque car ils n'interprètent pas les réalités sous-jacentes de la même

façon, que de plus ils n'ont pas les mêmes fonctions d'utilité donc des comportements différents dans l'incertain, des échanges de risque contre paiement peuvent se trouver intéressants pour vendeur et acheteur. Des prix peuvent être calculés sous les conditions idéales de modélisation.

C'est ainsi que les marchés de risque de créances se sont développés en particulier au Etats Unis.

Ceci étant, certaines configurations des produits dérivés de crédits n'incitent pas les banques à la prudence. Dans le cas des CDS *Credit Default Swap* qui sont les plus courants, une banque se défait du risque de contrepartie sur un groupe de créances en le transférant à un acheteur de risque contre paiement d'une prime trimestrielle. La banque considère dès lors qu'elle n'a plus à obérer de capital contre ce crédit. De l'autre côté la banque acheteuse de risque, tant que le défaut éventuel ne s'est pas produit, est rémunérée pour un capital investi nul, ce qui est le *nec plus ultra*, pourvu que tout aille bien. Maintenant si défaut il y a, une somme importante devra être payée par l'acheteur de risque, qui a donc intérêt à ce que les ménages en difficulté de remboursement soient aidés par des relais supplémentaires. On comprend que par la mise en marché, une banque qui va se défaire de son risque de contrepartie a tendance à ne pas attacher trop d'importance à l'évaluation fine des circonstances du prêt qu'elle accorde, et se contente des appréciations standard des agences de notation.

Pour la gestion de risques complètement probabilisés (montant des dommages éventuels et loi de probabilité connus) l'intérêt d'une mise en marché est certaine. Cela revient à ne pas mettre tous ses œufs dans le même panier. Mais la plupart des risques ont une composante purement sémantique et interprétative qui repose sur *une lecture* de l'économie, et, pour de tels risques, faire confiance à l'estimation qu'en fait l'opinion générale — comme on le fait en les mettant sur le marché — est une faute logique, puisque *la plupart* des intervenants se fondent sur une mathématisation déjà faite, tirée des notations des agences, et donc n'apportent rien aux insuffisances de compréhension de chacun. Autrement dit, il n'y a de rationalité à la mise en marché des risques que pour des situations parfaitement calibrées et statistiquement renseignées. *Le marché ne joue pas bien le rôle de sujet interprétant.*

## II. Les mathématiques sur la sellette.

Après le séisme, les mathématiques ont été tout de suite accusées. Il est intéressant de noter l'opinion de beaucoup mathématiciens de la finance (les quants comme on les appelle). Ils considèrent que le principe de non-arbitrage et toutes les mathématiques qu'on en tire sont une incitation à prendre le moins de risque possible. Ils pensent que s'il y a crise c'est que la finance est un milieu social de joueurs invétérés. Au fond ces mathématiciens disent : les comportements non conformes à l'optimalité telle que la définit nos modèles, sont non-rationnels, voire dangereux.

Il y a du vrai dans cette analyse. Il faut revenir aux trois niveaux du début. C'est assez juste pour la gestion des options à mon avis, mais c'est moins clair pour les produits de taux, et c'est carrément douteux pour les dérivés de crédit. Les risques ne sont pas les mêmes dans les trois cas.

- Pour les options, le risque vient de l'agitation des cours. Là, les mathématiques sont chez elles. Elles parlent à merveille de cette sorte de bruit de fond.

- Pour les taux d'intérêt, il s'agit de jugements sur ce que sera la croissance dans 5, 10 ou 15 ans. Le risque est de prendre les modèles pour argent comptant.

- Quant aux dérivés de crédit, il est faux de dire là que les maths incitent à la prudence, je vais tenter d'expliquer pourquoi. Il faut revenir à une analyse plus fondamentale du concept de risque.

### III. C'est la *signification* de l'événement qui fait le risque.

La représentation probabiliste des risques (en probabilités objectives ou en probabilités subjectives du point de vue de l'agent) est classiquement *un couple* de grandeurs mathématiques, 1° une loi de probabilité qui gouverne les états qui peuvent se présenter, 2° une fonction qui à chaque état fait correspondre un dommage ou un gain. Par exemple la hauteur d'eau de la Loire à Orléans suit une certaine loi de probabilité, et à chaque hauteur d'eau on peut (théoriquement) assigner un coût des dégâts si inondation il y a.

Au demeurant cette représentation par un couple de grandeurs mathématiques est un schéma de pensée à la fois trop simple et trop idéal pour discuter les risques, en particulier économiques.

- Trop idéal parce qu'on n'est quasiment jamais dans une situation où ce modèle est bien renseigné. On ne connaît pas les queues de lois de probabilité parce qu'elles concernent des événements rares sur lesquels les données sont insuffisantes<sup>1</sup>.

- Mais surtout le modèle est simpliste parce qu'il évacue une bonne part des raisons qui nous font nous intéresser aux événements en faisant comme si leur traduction en coût pouvait se faire automatiquement et objectivement.

L'opération intellectuelle qui consiste à probabiliser une situation est fondamentalement une éviction, un effacement *du sens*. Elle est, dans le cas particulier de la physique, le résultat du processus de construction des connaissances scientifiques sur les lois de la matière. Mais elle est largement problématique pour tout ce qui concerne le comportement des humains. L'analyse des risques est nécessairement *compréhension* d'interprétations.

En ce qui concerne les calculs, malgré les précautions méthodologiques, ils ont le tort, inné pourrait-on dire, de dissimuler les ignorances. Au cours de la fabrication de produits comprenant des crédits divers, il y a une standardisation des descriptions réduites le plus souvent aux appréciations des agences de notation. Comme la théorie mathématique est de loin en avance sur les données, on applique des méthodes sophistiquées à des hypothèses vagues dont on oublie au fur et à mesure des calculs la grossièreté des estimations. Les faillites des entreprises ou des autres banques sont représentées par des processus dont le paramètre, la fréquence moyenne, est en fait inconnue. C'est une des caractéristiques des mesures dites cohérentes de risque de faire intervenir toute la loi de probabilité. Mais les queues de lois ne sont *jamais* connues. Donc leur usage entraîne nécessairement le placage d'un modèle mathématique sur une réalité qu'on ignore.

C'est *le sens* d'un événement qui fait le risque. Prenons un exemple, supposons qu'un type particulier de cancer soit dénombré avec une certaine proportion dans la population française, cette proportion servira d'estimation de ce risque. S'il advient que l'on découvre que la plupart des personnes atteintes par ce cancer avait consommé disons du cannabis vingt ans auparavant, alors tous les consommateurs de cannabis deviennent des malades potentiels, le risque est beaucoup plus important, pourtant seul le sens de l'événement a changé.

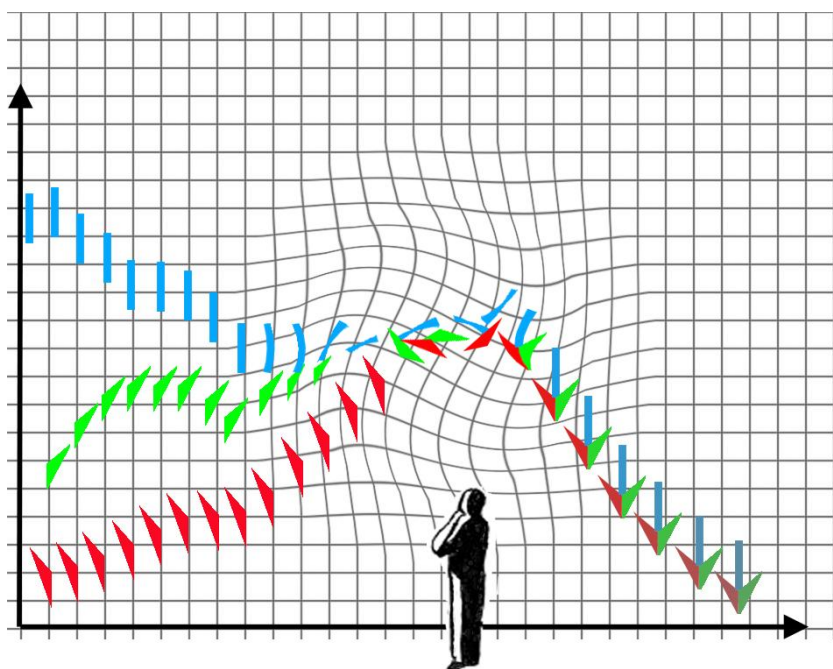
Ramener un risque à une distribution de probabilités de montants monétaires revient à faire confiance à la mathématisation comme *approximation* comme s'il s'agissait de la réalité physique alors qu'il est question de *signification* dont la subjectivité s'infiltré dans toutes les

---

<sup>1</sup> La "queue" d'une loi de probabilité est la région où la probabilité est faible. Cela peut concerner des événements insignifiants. Mais pour des grandeurs physiques mesurées, cela contient toujours la zone des très grandes valeurs, de sorte qu'en pratique, les événements rares de cette région sont souvent hautement significatifs comme cas extrêmes.

relations sociales des agents. Ce point épistémologique est extrêmement important. On n'est pas comme d'habitude en mathématiques appliquées avec les méthodes de discrétisation ou d'éléments finis. Ce sont des interprétations, donc du sens, que l'on transforme en nombre.

Nous avons vu que des perfectionnements importants ont été apportés récemment à ces procédures notamment avec les mesures dites cohérentes de risques. *Mais toutes ces méthodes ont le défaut inné de considérer que le processus interprétatif est clos.* Or bien au contraire, loin d'être figé, il est en émergence permanente. Dès qu'une nouvelle lecture est faite, elle engendre des risques nouveaux qui ne sont perçus que par ceux qui la comprennent. Si en 2006, personne ne voit la croissance des prix de l'immobilier et la décroissance de l'épargne des ménages aux Etats-Unis comme un phénomène susceptible de plusieurs interprétations, le risque correspondant n'est pas perçu. La mathématisation des risques évacue ces difficultés dans des hypothèses concernant *les queues des lois de probabilité*. Il ne suffit pas de dire que celles-ci sont mal connues. Elles sont par nature provisoires et fluctuantes en fonction des connaissances interprétatives que les agents dégagent par leur compréhension des phénomènes économiques.



Une nouvelle interprétation disqualifie les repères quantitatifs qui servaient à la mathématisation.

#### IV. Qu'en est-il dans les autres domaines de la modélisation ?

Cette limitation de la mathématisation pertinente vaut aussi bien pour les autres risques qui sont ceux dus aux innovations scientifiques et techniques que pointait Ulrich Beck dès les années 1980. En fait, toute avancée de la connaissance nous fait découvrir des aspects du monde dont nous n'avions pas conscience et engendrent par là même des risques nouveaux. De quelque façon que l'on procède pour les mathématiser on les fige et la mathématique met dans une boîte qui camoufle l'interprétatif. C'est incontournable : la faiblesse des mathématiques est qu'elles sont formelles !

Une modélisation est toujours une interprétation. La plupart des modèles utilisés en météorologie, en hydrologie, pour l'étude du climat, etc., font intervenir le hasard et les probabilités. Là où le cas de la finance est exemplaire et pointe véritablement une limite de la modélisation, c'est qu'en mathématisant les risques financiers on ambitionne véritablement de modéliser toutes les interprétations possibles d'une situation. Autrement dit, tant qu'il y aura des

observateurs qui feront des lectures imprévues des phénomènes économiques, les risques ne se laisseront pas complètement quantifier.

La modélisation mathématique des risques doit avoir la modestie de rester dans des limites qui lui sont imposées par la possibilité à l'intelligence humaine de découvrir des compréhensions nouvelles. *Les économistes doivent laisser une vraie place au politique.*

#### Bibliographie

M. Aglietta, *La crise*, Michalon 2008.

N. Bouleau, *Mathématiques et risques financiers*, Odile jacob 2009.

N. Bouleau, *Philosophie des mathématiques et de la modélisation*, L'Harmattan 1999.

Ch. de Boissieu, P. Artus, J.-P. Betbèze et G. Capelle-Blancard *La crise des subprimes*, La Documentation Française 2008.